

# Progetto di una Unità di Apprendimento *Flipped*

## Dati dell'Unità di Apprendimento:

**Titolo:** Due più due fa sempre quattro?

**Scuola:** Liceo Classico

**Materia:** Matematica

**Classe:** Prima

## Argomento curricolare:

Aritmetica dell'orologio e aritmetica modulo n.

Prerequisiti: numeri naturali, numeri interi e loro operazioni, teorema del quoziente e resto.

## La Sfida. Come si attiva l'interesse e la motivazione degli allievi:

L'obiettivo principale dell'UDA, oltre all'acquisizione dei contenuti dell'aritmetica modulare, è quello di mostrare agli studenti che possono esistere, ed esistono, diverse aritmetiche, e che la matematica è un costrutto di saperi che dipende dai mattoni di "base" che si scelgono. Così, se invece di contare nell'insieme infinito dei numeri naturali  $\{0,1,2,3,\dots\}$ , si considera ad esempio un insieme finito  $\{0,1,2\}$ , l'operazione  $2+2$  avrà un risultato diverso da 4 (4 non è infatti un elemento dell'insieme scelto, "non esiste").

## Lancio della Sfida. Quali attività si svolgono prima o in apertura della lezione:

Affinché gli studenti possano essere coinvolti e stuzzicati nel loro interesse, l'insegnante pone la domanda **quanto fa  $11+3$ ? E  $12+5$ ?** La banalità delle operazioni richieste genera negli studenti il conflitto cognitivo semplicemente perché il docente pone una tale domanda.

Di fronte alle plausibili risposte "14" e "17", si cercherà di guidare il ragionamento degli studenti, suggerendo loro di pensare oggetti di uso quotidiano che utilizzano numeri e nei quali e attraverso i quali eseguiamo somme simili a quelle proposte, con l'idea che possano arrivare autonomamente a fare l'esempio dell'orologio.

La lezione viene proposta nell'ambiente Moodle ma può anche essere svolta interamente senza l'uso di LMS.

## Condurre la sfida. Quali attività si svolgono per rispondere alla sfida:

Dopo la lezione dialogata iniziale, si procede con un'attività simile al THINK-PAIR-SHARE. L'insegnante fornisce ad ogni studente una tabella da compilare in cui nella prima colonna compaiono delle operazioni da svolgere, nella seconda e nella terza colonna ciascuno inserisce i risultati in N e in  $Z_{12}$ , ad esempio:

| Operazione | Nei numeri naturali | Nell'orologio |
|------------|---------------------|---------------|
| $11+1=$    |                     |               |
| $11+2=$    |                     |               |
| $11+3=$    |                     |               |
| $11+4=$    |                     |               |
| $11+5=$    |                     |               |
| $12+3=$    |                     |               |
| $12+4=$    |                     |               |
| $12+5=$    |                     |               |
| $13+7=$    |                     |               |

La fase successiva prevede che ogni studente si confronti con il proprio compagno per discutere i risultati della tabella e cercare di capire qual è la regola per fare le somme nell'orologio. Alcuni di essi saranno chiamati a condividere con l'intera classe le proprie proposte che l'insegnante avrà modo di formalizzare.

Come riassunto, e per imparare a scrivere le operazioni modulo n, si lascia per casa il compito di guardare il video reperibile all'indirizzo <https://www.youtube.com/watch?v=ErPdAD5LXVY>. A questo punto tutti saranno in grado di operare modulo n, con n qualunque. Ogni studente inoltre, per la lezione successiva, si esercita nella risoluzione di operazioni modulo 2,3,4,5... e cerca di rispondere, così, alla domanda "in quali insiemi  $2+2$  è diverso da 4".

### Chiusura della sfida. Quali attività di verifica degli apprendimenti concludono l'attività didattica:

Il lavoro si conclude l'ora successiva con la discussione dei dati ottenuti nelle tabelle compilate a casa. Questo sarà il momento anche in cui si può commentare e rispondere in maniera adeguata alla domanda iniziale:  $2+2$  non fa quattro negli insiemi in cui il 4 non c'è, quindi operando modulo 2, modulo 3 e modulo 4.

L'incontro finale è anche l'occasione, per l'insegnante, per mostrare agli studenti un importante campo di applicazione dell'algebra modulare, la crittografia. Non avendo le necessarie conoscenze relative ai numeri primi per poter parlare di, ad esempio di crittografia a chiave pubblica o privata, si può pensare di considerare il "Cifrario di Cesare", nella sua formulazione più semplice, usando l'alfabeto italiano e, ad esempio, chiave 3.

Si propone, a tal fine, un'ulteriore piccola sfida agli studenti.

Si mostra la tabella relativa al cifrario, dove si spiega che le lettere minuscole sono usate per il testo cifrato e le maiuscole per quello in chiaro:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | a | b | c |
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | Z |
| d | e | f | g | h | i | l | m | n | o | p | q | r | s | t | u | v | z |   |   |   |

Si stimola poi l'interesse degli studenti, prima facendo decifrare una frase, ad esempio,

"oaqnbhuvrhvfunzrnqonqladpzdhpzdnfd",

cioè il famoso detto di Galileo "L'universo è scritto in lingua matematica", e poi chiedendo di scrivere in codice qualcosa al compagno di banco. Dopo aver criptato e decriptato si possono porre domande del tipo: "c'è/vedete un collegamento con quanto abbiamo fatto fino ad adesso?". Si dovrebbe, così, concludere che nel caso dell'alfabeto italiano si opera modulo 21.

Per quanto riguarda la valutazione, nella fase di lavoro in aula iniziale, con la richiesta di rispondere alle domande sulle operazioni e su eventuali collegamenti alla vita reale, gli studenti sono portati da una situazione di apparente contraddizione con le conoscenze pregresse ( $11+3$  non ha un risultato certo), alla condivisione delle prime ipotesi (oggetti dove si usano i numeri e/o si fanno somme), fino ad ascoltare e costruire insieme agli altri strategie risolutive. Sulla scia di ciò si può pensare a una tabella da mostrare agli studenti all'inizio dell'attività, tipo quella allegata in calce. Durante la fare del THINK-PAIR- SHARE, il docente ha modo di girare tra i gruppi e osservare il lavoro di ciascuno. Si può predisporre, infine, un semplice quiz in Moodle come il seguente:

1. Calcola  $2+1$  (modulo 4)?
2. Calcola  $2+4$  (modulo 5)?
3. Sono le 11 del mattino e mi accordo con un amico per incontrarci dopo 6 ore. Quando ci incontriamo, l'orologio che ora indica? E se ci incontriamo dopo 24? E dopo 32?
4. Con chiave 4 nell'alfabeto italiano cripta con il Cifrario di Cesare la parola "matematica".

### In che modo l'approccio proposto differisce da quello tradizionale?

Affrontare l'argomento dell'aritmetica modulare partendo dalle nozioni e dal formalismo delle operazioni può generare, anche nello studente più vivace, un forte sconvolgimento e difficoltà nell'apprendimento. L'ostacolo più grande risiede nel fatto che non si è abituati a concepire una matematica diversa da quella studiata sin da bambini. I numeri sono i numeri naturali, l'addizione e le varie operazioni sono quelle classiche indicate con i simboli che conosciamo +, - etc...

L'approccio che si propone parte dal naturale processo di apprendimento che viene dalla necessità di risolvere un problema e, soprattutto, soddisfare una curiosità: perché adesso le operazioni che ero sicuro di conoscere vacillano? Le metodologie scelte per l'attività guidano lo studente, senza fornire i contenuti, nella necessità di formalizzare una nuova operazione. Una volta appreso il formalismo dell'aritmetica modulare per via naturale, le operazioni modulo  $n$  risultano facili come le altre e si applica a situazioni della vita reale il Teorema del Quoziente e Resto che altrimenti rimane pura teoria scritta nel libro di testo.

### Tabella per la risposta alla sfida

| Dimensioni                   | Indicatori               | Descrittori  | No | In parte | Si |
|------------------------------|--------------------------|--|----|----------|----|
| Identificazione del problema | Approfondimento iniziale | Formula domande per ottenere chiarimenti o informazioni. |    |          |    |
|                              | Ricerca di informazioni  | Raccoglie informazioni pertinenti provenienti            |    |          |    |

|  |                                 |   |  |  |  |
|--|---------------------------------|---|--|--|--|
|  |                                 | da fonti diverse  |  |  |  |
| Organizzazione delle informazioni              | Uso delle informazioni          | L'uso delle informazioni raccolte porta a intuizione e/o riflessioni efficaci per la risoluzione del problema |  |  |  |
|  | Costruzione di un framework     | Inquadra il problema schematizzandolo e strutturandolo  |  |  |  |
| Formulazione di ipotesi e strategie risolutive | Progettazione e formalizzazione | Descrive ipotesi risolutive utilizzando conoscenze pregresse e mostrando ragionamento                         |  |  |  |